الفصل السادس

القانون الأساس للفائدة المركبة

الفائدة المركبة Compound Interest

- هي الفائدة المحسوبة على رأس المال المبدئي مع إضافة الفائدة المتراكمة على القرض طول مدة استحقاقه ، حيث يتم اضافتها الى القيمة الاصلية للقرض في بداية كل عام مما يزيد من نسبة الفوائد . ويعتقد الكثيرون ان الفائدة المركبة هي فائدة على الفائدة ،لانها تتراكم بشكل متواتر وسريع مما يزيد من نسبة الأرباح للبنك او الجهة الممولة .
- هي الفائدة التي تحسب على المبالغ المتجمعة من اصل المبلغ والفوائد السابقة في نهاية كل فترة زمنية . وتضاف الى اصل المبلغ وتصبح جزءا منه .
- هي الفائدة التي يتم حسابها على المبلغ الأصلي والفوائد المتراكمة على طول فترة الاقتراض او الاستثمار ، فهي تختلف عن الفائدة البسيطة (Simple Interest) كون الفائدة البسيطة تحسب فقط على المبلغ الأصلي دون النظر الى المبالغ المتراكمة عليه خلال المدة المطلوبة .
- هي التي يضاف اليها مبلغ الفائدة المتجمع في نهاية كل وحدة زمنية لتكوّن مع المبلغ الأصلي المستثمر او رأس المال مبلغا او أصلا جديدا . تحسب على أساسه الفائدة للوحدة الزمنية التالية . وسبق ان اوضحنا في الفصل الأول مثالا بهذا الشأن وحسب كل سنة حتى نهاية الفترة الزمنية المراد فيها حساب الفائدة المركبة لاصلالمبلغ . ولكن كلما كان الزمن المراد فيه حساب الفائدة المركبة لمبلغ معين طويلا .. فان تلك الطريقة تصبح متعبة جدا .

فيعد مفهوم الفائدة المركبة من اهم المفاهيم الواجب فهمها عند إدارة الأموال لانها تساعد على كسب عائداللمدخرات والاستثمارات المعتادة ، اذ يتم حسابها بالاعتماد على المبلغ الأساسي وفوائده السنوية المتحققة حيث تعمل على زيادة ارصدة الفوائد والحسابات بمعدل متزايد .

لقد نشأ مصطلح الفائدة المركبة في إيطاليا بالقرن السابع عشر لانها تنطبق على حسابات التوفير والقروض والودائع . فعندما يقوم شخص ما باقتراض المال او ادخاره لفترة محددة فانه سيتمكن من تجميع الفوائد المتراكمة خلال تلك الفترة ويتم تجميع الفائدة المركبة على فترات محددة قد تكون يوميا او أسبوعيا او سنويا .

لذا يعد مفهوم الفائدة المركبة من اهم المفاهيم الواجب فهمها عند إدارة الأموال لانها تساعد على كسب عائد اعلى للمدخرات والاستثمارات المعتادة التي يتم حسابها بالاعتماد على المبلغ الأساسي والفوائد المتحققة في كل الفترات .

فتعمل الفائدة المركبة على حساب القيمة المستقبلية للمدخرات الخاصة بالفرد سواء كانت مدخرات يتم ايداعها في حسابات التوفير او الودائع او مدخرات يتم الحصول عليها جراء الاستثمارات التي يقوم بها ، فمن خلال الفائدة المركبة يمكن للفرد ان يرى كيفية نمو أمواله وزيادتها خلال مرور الوقت ويمكنه أيضا الحصول على مبالغ جيدة جراء تعامله مع الفائدة المركبة خاصة اذا استمر في حساب التوفير الخاص به لفترة طويلة من الزمن .

مثال : احسب مقدار الفائدة البسيطة والفائدة المركبة لمبلغ (1) مليون دينار استثمر لمدة اربع سنوات بمعدل فائدة قدره 6% سنويا ، وبالطريقة المطولة .

الحل : الفائدة البسيطة = المبلغ × الزمن × المعدل

= م × ن × ع

= 1000000 × 4 × 6\100

= 240000 دينار الفائدة البسيطة لمدة اربع سنوات .

مقدار الفائدة السنوية = $\frac{240000}{4}$ = 60000 دينار

فهي فائدة ثابتة المقدار لكل سنة من السنوات الأربع .

الفائدة المركبة بالطريقة المطولة هي :

- الفائدة للسنة الأولى = م × ن × ع

ف1 = 1000000 × 1 × 6\100 = 60000 دينار .

- الفائدة للسنة الثانية = م × ن × ع

ف2 = (1000000 + 60000) × 1 × 6\100

= 1060000 × 1 × 6\100 = 63600 دينار .

- الفائدة للسنة الثالثة = م × ن × ع

ف3 = (1060000 + 63600) × 1 × 6\100

= 1123600 × 1 × 6\100 = 67416 دينار .

- الفائدة للسنة الرابعة = م × ن × ع

ف4 = (67416 + 1123600) × 1 × 6\100

= 1191016 × 1 × 6\100 = 71461 دينار .

مجموع الفوائد للسنوات الأربعة = ف1 + ف2 + ف3 + ف4

= 60000 + 63600 + 67416 + 71461

= 262477 دينار . مقدار الفوائد للسنوات الأربعة .

لذا فان مجموع الفوائد المتحققة بطريقة الفائدة البسيطة هي (240000) دينار . للسنوات الأربعة ، بينما يكون مجموع الفوائد المتحققة بطريقة الفائدة المركبة هي (262477) دينار .

أولا :قانون الجملة : قبل اعتماده لابد من التوضيح بالمثال الاتي :

لنفرض ان لدينا مبلغ قدره (م) يستثمر بفائدة مركبة بمعدل (ع) .

المطلوب : إيجاد جملة هذا المبلغ في نهاية (ن) من السنوات .

الحل : الجملة = المبلغ + الفائدة

م × ع × 1 = م ع : الفائدة عن السنة الأولى .

ج = م + م ع = م (1 + ع) : الجملة في السنة الاولى .

[م (1 + ع)] × ع × 1 = م ع (1 + ع) : الفائدة في السنة الثانية .

م (1 + ع) + م ع (1 + ع) = (م + م ع) (1 + ع) = م (1 + ع) (1 + ع)

= م (1 + ع)^2 : الجملة في نهاية السنة الثانية

[م (1 + ع)^2] × ع × 1 = م ع (1 + ع)^2 : الفائدة عن السنة الثالثة .

م (1 + ع)^2 + م ع (1 + ع)^2 = (م + م ع) (1 + ع)^2 = م (1 + ع) (1 + ع)^2

= م (1 + ع)^3 : الجملة في نهاية السنة الثالثة .

وهكذا وبنفس الطريقة نستطيع ان نجد الجملة في نهاية السنة الرابعة = [م (1 + ع)^{4}] ، والجملة في نهاية السنة الخامسة = [م (1 + ع)^{5}] ، والجملة في نهاية السنة السادسة = [م (1 + ع)^{6}] ، .... الخ .

بصورة عامة نستطيع إيجاد الجملة في نهاية (ن) من السنوات بالقانون الاتي للجملة :

$$ج = م (1 + ع)^{ن}$$

استخراج جملة الدينار الواحد

يتضح من قانون الجملة للفائدة المركبة :**$ج = م (1 + ع)^{ن}$**

ان الجزء المهم منه هو استخراج $(1+ع)^{ن}$ ، لانه المكمل لعملية الحل بضربه بالمبلغ ، والمقصود في ناتج هذا الجزء هو جملة الدينار الواحد حيث يقود الى جملة المبلغ الكلي . ويتم توضيح ذلك لو فرضنا بانالمبلغ هو دينار واحد فأن جملته تكون :

$$ج = م (1 + ع)^{ن}$$

$$ج = 1 \times (1 + ع)^{ن}$$

$$ج = (1 + ع)^{ن}$$

لذا تسمى العبارة بين القوسين $(1 + ع)^{ن}$ بجملة الدينار الواحد على أساس ان وحدة النقد المستخدمة هنا هي الدينار ، لذا تستخرج جملة الدينار الواحد وفق **$ج^{*} = (1 + ع)^{ن}$**

حيث ان $ج^{*}$: هي جملة الدينار الواحد .

مثال : ما هي جملة الدينار الواحد بمعدل فائدة مركبة 5% لمدة (3) سنة ؟

الحل : $ج^{*} = (1 + ع)^{ن}$ ← $ج^{*} = (1 + 0.05)^{3}$ ← $ج^{*} = (1.05)^{3}$

∴ $ج^{*} = 1.1576$ دينار .

وهذا يعني ان الدينار الواحد بعد ثلاث سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره 5% سيكون (1.1576) دينار .

وبمعنى آخر ان الدينار الواحد بمعدل الفائدة المركبة والمدة المذكورين سيحقق فائدة قدرها (0.1576) للمستثمر .

ثانيا :طرق حساب الجملة للفائدة المركبة

يمكن إيجاد جملة مبلغ باستخدام القانون أعلاه بعدد من الطرق نذكر بعضها فيما يأتي :

أ. طريقة الضرب :

يتم بموجبها ضرب ما بداخل القوسين في نفسه بعدد مرات الاس المرفوع لها ، أي بعدد السنوات او وحدات الزمن المعطاة في السؤال .

مثال : ما هي جملة مبلغ قدره (3) مليون دينار بمعدل فائدة مركبة (6%) سنويا ولمدة (7) سنوات بطريقة الضرب .

الحل : ج = م (1 + ع)^{ن}

ج = 3000000 (1.06) ^{7}

ج = 3000000 (1.06)(1.06)(1.06)(1.06)(1.06)(1.06)(1.06)

ج = 3000000 (1.50363)

ج = 4510890 دينار .

مثال : احسب الفوائد المتحققة جراء استثمار مبلغ (4) مليون دينار بمعدل فائدة مركبة (6%) لمدة (4) سنوات بطريقة الضرب .

الحل : ج = م (1 + ع)^{ن}

ج = 4000000 (1 + 1.06) ^{4}

ج = 4000000 (1.262477)

ج = 5049908دينار .

:. الفوائد المتحققة = ج – م

= 4000000 – 5049908

= 1049908 دينار .

مثال / ما هي جملة مبلغ (1000) دينار في نهاية (4) سنوات بفائدة مركبة 3% سنويا ؟

الحل / ج = م (1 + ع)^{ن}

= 1000 (1 + 0.03)^{4}

= 1000 (1.03)^{4}

= 1000 (1.12550881)

= 1125.509 دينار .

يلاحظ ان هذه الطريقة تكون متعبة اذا زاد عدد السنين .

ب. **طريقة اللوغاريتم :** يمكن حساب جملة الدينار الواحد باعتماد اللوغاريتمات ، حيث يتم استخراج لوغاريتم طرفي معادلة استخراج الجملة ، وذلك بالاعتماد على جداول اللوغاريتمات ، حيث يتم الرجوع الى جدول الاعداد المقابلة لاستخراج الأرقام الاعتيادية التي تقابل اللوغاريتمات .

حل نفس المثال السابق

ج = 1000 (1.03)^{4}

لو ج = لو 1000 + 4 لو 1.03

= 3.000 + 4 × 0.0128 (من جداول اللوغاريتم)

= 3.000 + 0.0512 = 3.0512

∴ ج = 1126 دينار (من جداول الاعداد المقابلة) .

فتكون نتيجة الحل باللوغاريتم ليس دقيقا ، لان جداول اللوغاريتم موضوعة لاربع مراتب عشرية .

مثال : ما هي جملة مبلغ قدره (3) مليون دينار بمعدل فائدة مركبة (6%) سنويا ولمدة (7) سنوات ، باعتماد طريقة اللوغاريتم ؟ وما هي الفوائد المتحققة .

الحل : ج = م (1 + ع)^{ن}

ج = 3000000 (1 +0.06) ^{7}

ج = 3000000 (1.06) ^{7}

لو ج = لو 3000000 + 7 لو (1.06)

لو ج = 6.477 + 7 (0.0253) ← **(من جدول اللوغاريتمات) وهي لو (1.06)**

لو ج = 6.477 + 0.1771

لو ج = 6.6541 ← بالرجوع الى جدول الاعداد المقابلة فيكون مقدار الاعداد الصحيحة هي :

ج = 4509205 دينار . وهي نتيجة اقل دقة من سابقتها .

∴ الفوائد المتحققة = ج – م

= 4509205 –4000000

= 509205 دينار .

ج. طريقة استخدام الجداول :

توجد جداول تم اعدادها من قبل الباحثين سابقا باستخدام الحاسبة الالكترونية ، اعتمادا الى الزمن ولمعدلات مختلفة تمتد من اقل من 1% الى 20% او 30% ، ولعدد من الفترات الزمنية (بالسنوات) تمتد الى (50) سنة ، حيث يتم اعتمادها للوصول الى جملة المبلغ المستثمر بالمعدل المعتمد في الاستثمار . اذ يمثل العمود الأول من الجدول الزمني (عدد السنين او الفترات) ويمثل الصف فيه معدلات الفائدة المستثمر بها . فيتم تقاطع العمود (معدل الفائدة) مع الصف (الزمن المطلوب له بالاستثمار) يتم الحصول على جملة الدينار الواحد المطلوبة .

مثال : احسب جملة مبلغ قدره (3) مليون دينار بمعدل فائدة مركبة (6%) سنويا لمدة (7) سنوات باعتماد الجداول ، واحسب مقدار الفوائد المتحققة .

الحل : $ج = م (1 + ع)^{ن}$

$ج = 3000000 (1 + 0.06)^{7}$

$ج = 3000000 (1.06)^{7}$

حيث يتم الرجوع الى الجداول وتحت معدل 6% ولمدة سبع سنوات وجراء تقاطعهما يتضح ان جملة الدينار الواحد بمعدل 6% لمدة (7) سنوات هي (1.5036303) ، وبضربها بالمبلغ تنتج الجملة المتحققة

$ج = 3000000 (1.5036303)$

= 4510890 دينار .

∴ الفوائد المتحققة = 4510890 – 4000000 = 510890 دينار .

لقد عمد الخبراء الى حساب جملة دينار واحد (او جنيه او دولار او غيرها من وحدة النقود) حسب قانون الجملة المجموعة من القيم لـــــ(ن) و (ع) . ووضعها في جدول يسمى بجدول الفائدة المركبة . وفيما يأتي حلا للمثال السابق بطريقة الجداول .

$ج = 1000 (1 + 0.03)^{4}$

حيث الجدول الأول (جملة الدينار الواحد) : نبحث في الحقل الافقي عن النسبة المئوية (3%) وعندما نجدها ننزل عموديا بموجب الأرقام المدرجة في عمود وحدة الزمن (ن) حتى نصل الى الرقم الذي يقابل (4) .

الرقم المذكور هو عبارة عن جملة دينار واحد بمعدل 3 % لمدة 4 سنوات وهنا = (1.125509)

نفرض إيجاد جملة (1000) دينار فإنها = 1000 × 1.125509 = 1125.509 دينار .

وهكذا نتعامل مع الحالات المختلفة حسب نسبتها المئوية وعدد سنواتها ، والمبلغ المراد حساب جملته .

مثال : استثمر شخص مبلغ (2) مليون دينار بمعدل فائدة مركبة (5 %) سنويا لمدة (9 سنوات) . فما هي الجملة التي يحصل عليها في نهاية المدة ؟ وماهي الفائدة ؟

الحل :من الجداول : فان جملة مبلغ الدينار الواحد بمعدل فائدة (5 %) ولمدة (9) سنوات هي (1.551328)

$ج_1^* = م(1 + ع)^{ن}$ ، بما ان $ج_1^* = (1 + 0.05)^{9} = 1.551328$

.: ج = 2000000 (1.551328) = 3102656 دينار

الفائدة للمبلغ أعلاه بمعدل فائدة مركبة (5%) ولمدة (9) سنوات تستخرج كالاتي :

ف = ج – م = 3102656 – 2000000 = 1102656 دينار . عن المبلغ المستثمر .

اما ف1 للدينار = 1.551328 – 1 = 0.551328 دينار . بمعدل (5%) ولمدة (9) سنوات .

اما اذا أراد استخراج المبلغ المستثمر من معطيات السؤال أعلاه وكانت جملة المبلغ معلومة :

فيكون : $م = \frac{جن}{(1+ع)} = \frac{3102656}{1.551328} = 2000000$ دينار .

وتستخرج جملة الدينار الواحد كالاتي : $ج^* = \frac{جم}{م} = \frac{3102656}{2000000} = 1.551328$ دينار

اما اذا كان المطلوب هو استخراج الزمن (هو العنصر المجهول في المثال) فيتم الوصول اليه مثلا:

$ن = لو\ ج_1^* \div لو\ (1 + ع)$

مثال : متى تصبح جملة مبلغ 6000000 مستثمر بمعدل فائدة 4% سنويا مساوية الى (15360000) دينار ؟

الحل : ن = لو $ج_1^*$ ÷ لو (1+ع)

$ج_1^* = \frac{جـ}{ـ} = 15360000 \div 6000000 = 2.560$.

ن = لو 2.56 ÷ لو (1 + 0.04)

ن = 0.4082 ÷ 0.0170 = 24 سنة .

:. بعد مضي 24 سنة تصبح جملة المبلغ الذي يشار له والمستثمر بمعدل 4% سنويا ، مساوية الى 15360000 دينار .

مثال : اقترض شخص (10) مليون دينار بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا . فاذا علمت انه سدد في تاريخ الاستحقاق مبلغا قدره (14071000) دينار . فما هي مدة الاقتراض ؟

الحل :

$ج_1^* = \frac{جـ}{ـ} = \frac{14071000}{10000000} = 1.4071$ دينار جملة الدينار الواحد .

وعند الرجوع الى الجدول وتحت العمود الخاص بمعدل الفائدة 5% نجد ان جملة الدينار الواحد البالغة (1.4071) تكون عند الزمن (7) سنوات .

:. مدة الاقتراض = 7 سنة لكي تصبح جملة المبلغ المقترض بفائدة 5% هي (14071000) دينار .

ثالثا : استخراج الجملة اذا كان المعدل غير سنوي :

ان جميع الحالات السابقة يوجد فيها تطابقا بين المدة والمعدل وعدد تركيبات الفائدة خلال السنة . حيث ان الزمن بالسنوات والمعدل سنوي وعدد التركيبات خلال السنة لمرة واحدة فقط . لذا فان المعدل المعتمد في تلك الحالات يسمى المعدل السنوي او المعدل الاسمي . لكن توجد

حالات أخرى يكون فيها المعدل للفائدة غير سنويا ، كذلك بالإمكان تركيب الفائدة لاكثر من مرة خلال السنة . مما يتطلب تطابق وحدة الزمن مع وحدة المعدل مع عدد مرات تركيب الفائدة .

1. **اذا كان المعدل سنويا والمدة بالسنوات الا ان الفائدة تركب بصورة غير سنوية .**

في هذه الحالة يتوجب تحويل المعدل الى غير سنوي بعدد مرات تركيب الفائدة ، فيتم تحويل الزمن الى فترات مساوية لمدة تركيب الفائدة على وفق الاتي :

المعدل غير السنوي = المعدل السنوي ÷ عدد مرات تركيب الفائدة

ع* = ع ÷ و

حيث ان : ع* : المعدل غير السنوي

ع : المعدل السنوي

و : عدد مرات تركيب الفائدة

الزمن غير السنوي = الزمن بالسنوات × عدد مرات تركيب الفائدة

ن* = ن × و

حيث ان : ن* : المدة غير السنوية

ن : المدة بالسنوات

و : عدد مرات تركيب الفائدة

عدد مرات تركيب الفائدة = عدد اشهر السنة ÷ فترة التركيب بالاشهر

و = 12 \ ت

عدد مرات تركيب الفائدة = عدد ايام السنة ÷ فترة التركيب بالايام

و = 360 \ ت

حيث ان : و : عدد مرات التركيب

ن : فترة التركيب بالاشهر او بالايام

مثال : ما هي جملة مبلغ قدره (3) مليون دينار مستمرة لمدة (5) سنوات بمعدل فائدة 8% سنويا ، وتركب الفائدة كل ثلاثة اشهر ؟ ، وما هي الفوائد المتحققة خلال الفترة كلها .

الحل : و = 12 \ ت = 12 \ 3 = 4 مرات .

ع* = ع ÷ و = 8% ÷ 4 = 2% المعدل الربع سنوي

ن* = ن × و = 5 × 4 = 20 ربع سنة

ج = م (1 + ع*) ^{ن*}

ج = م (1 + 0.02) ^{20}

= 3000000 × 1.4859373 = 4457812 دينار .

الفوائد المتحققة = 4457812 – 3000000 = 1457812 دينار .

2. **اذا كان المعدل غير سنوي** : أي يكون مطابقا لعدد مرات تركيب الفائدة التي قد لا يتم ذكرها ، فيكون المعدل غير السنوي وحسب عدد مرات تركيب الفائدة . لذا يبقى المعدل كما هو ، ويحول الزمن الى وحدة مطابقة لوحدة المعدل الاتي :

مثال : احسب جملة مبلغ قدره (4) مليون دينار مستثمرة بمعدل 6 % نصف سنويا لمدة (7) سنوات ، وما هي الفوائد المحققة ؟

الحل : ع* = 6% نصف سنويا

لكون المعدل نصف سنويا فهذا يعني ان عدد مرات التركيب هي كل نصف سنة .فيكون :

و = 12 ÷ 6 = 2 مرة

ن* = ن × و = 7 × 2 = 14 مرة نصف سنة

ج = م (1 + ع*) ^{ن*}

= 4000000 (1 + 6%) ^{14}

= 4000000 × 2.2609 = 9043600 دينار

الفوائد المتحققة = 9043600 – 4000000 = 5043600 دينار .

3. في حالة وجود المعدل الاسمي والمعدل الحقيقي

في حالة وجود المعدل السنوي (الاسمي) والمعدل غير السنوي حيث يتم تحويل المعدل غير السنوي الى معدل سنوي فانه لا يعادل السنوي الاسمي بل سيظهر معدل جديد يدعى (المعدل الحقيقي) . فلو قلنا ان معدل الفائدة 2% ربع سنوي فانه سيقابل معدل سنوي اسمي كالاتي :

ع = ع* × و

ع = 2% × 4 = 8% سنويا

فهذا المعدل هو معدل اسمي وليس المعدل الحقيقي ، ويظهر الفرق بين المعدلين من خلال الفائدة السنوية المتحققة في كلا المعدلين وكما يأتي :

- باستخدام المعدل الاسمي :

ج = م (1 + ع*) ^{ن*} = (1 + 8%) دينار الجملة بعد سنة واحدة .

∴ ف* = ج* - م* = 1.08 – 1 = 0.08 دينار الفائدة السنوية للدينار الواحد

- باستخدام المعدل غير السنوي الحقيقي :

ع* = 2% ربع سنوي ، و = 12 \ 3 = 4 مرات

ن* = 1 × و = 1 × 4 = 4 ربع سنة

ج = م (1 + ع*) ^{ن*}

ج = (1 + 2%) ^{4} = 1.0824 – 1 = 0.0824 دينار الفائدة السنوية للدينار الواحد . حيث يتبين الفرق بين الفائدتين باعتماد المعدلين (الاسمي) و(الحقيقي) .

ثالثا : استخراج الجملة اذا كان المعدل غير سنوي :

ان جميع الحالات السابقة يوجد فيها تطابقا بين المدة والمعدل وعدد تركيبات الفائدة خلال السنة . حيث ان الزمن بالسنوات والمعدل سنوي وعدد التركيبات خلال السنة لمرة واحدة فقط . لذا فان المعدل المعتمد في تلك الحالات يسمى المعدل السنوي او المعدل الاسمي . لكن توجد حالات أخرى يكون فيها المعدل للفائدة غير سنويا ، كذلك بالإمكان تركيب الفائدة لاكثر من مرة خلال السنة . مما يتطلب تطابق وحدة الزمن مع وحدة المعدل مع عدد مرات تركيب الفائدة .

4. اذا كان المعدل سنويا والمدة بالسنوات الا ان الفائدة تركب بصورة غير سنوية .

في هذه الحالة يتوجب تحويل المعدل الى غير سنوي بعدد مرات تركيب الفائدة ، فيتم تحويل الزمن الى فترات مساوية لمدة تركيب الفائدة على وفق الاتي :

المعدل غير السنوي = المعدل السنوي ÷ عدد مرات تركيب الفائدة

ع* = ع ÷ و

حيث ان : ع* : المعدل غير السنوي

ع : المعدل السنوي

و : عدد مرات تركيب الفائدة

الزمن غير السنوي = الزمن بالسنوات × عدد مرات تركيب الفائدة

ن* = ن × و

حيث ان : ن* : المدة غير السنوية

ن : المدة بالسنوات

و : عدد مرات تركيب الفائدة

عدد مرات تركيب الفائدة = عدد اشهر السنة ÷ فترة التركيب بالاشهر

و = 12 \ ت

عدد مرات تركيب الفائدة = عدد ايام السنة ÷ فترة التركيب بالايام

و = 360 \ ت

حيث ان : و : عدد مرات التركيب

ن : فترة التركيب بالاشهر او بالايام

مثال : ما هي جملة مبلغ قدره (3) مليون دينار مستمرة لمدة (5) سنوات بمعدل فائدة 8% سنويا ، وتركب الفائدة كل ثلاثة اشهر ؟ ، وما هي الفوائد المتحققة خلال الفترة كلها .

الحل : و = 12 \ ت = 12 \ 3 = 4 مرات .

ع* = ع ÷ و = 8% ÷ 4 = 2% المعدل الربع سنوي

ن* = ن × و = 5 × 4 = 20 ربع سنة

ج = م (1 + ع*) ^{ن*}

ج = م (1 + 0.02) ^{20}

= 3000000 × 1.4859373 = 4457812 دينار .

الفوائد المتحققة = 4457812 – 3000000 = 1457812 دينار .

5. **اذا كان المعدل غير سنوي** : أي يكون مطابقا لعدد مرات تركيب الفائدة التي قد لا يتم ذكرها ، فيكون المعدل غير السنوي وحسب عدد مرات تركيب الفائدة . لذا يبقى المعدل كما هو ، ويحول الزمن الى وحدة مطابقة لوحدة المعدل الاتي :

مثال : احسب جملة مبلغ قدره (4) مليون دينار مستثمرة بمعدل 6 % نصف سنويا لمدة (7) سنوات ، وما هي الفوائد المحققة ؟

الحل : ع* = 6% نصف سنويا

لكون المعدل نصف سنويا فهذا يعني ان عدد مرات التركيب هي كل نصف سنة .فيكون :

و = 12 ÷ 6 = 2 مرة

ن* = ن × و = 7 × 2 = 14 مرة نصف سنة

ج = م (1 + ع*) ^{ن*}

$= 4000000 (1 + 6\%)^{14}$

$= 4000000 \times 2.2609 = 9043600$ دينار

الفوائد المتحققة $= 9043600 - 4000000 = 5043600$ دينار .

6. في حالة وجود المعدل الاسمي والمعدل الحقيقي

في حالة وجود المعدل السنوي (الاسمي) والمعدل غير السنوي حيث يتم تحويل المعدل غير السنوي الى معدل سنوي فانه لا يعادل السنوي الاسمي بل سيظهر معدل جديد يدعى (المعدل الحقيقي) . فلو قلنا ان معدل الفائدة 2% ربع سنوي فانه سيقابل معدل سنوي اسمي كالاتي :

ع = ع* × و

ع = 2% × 4 = 8% سنويا

فهذا المعدل هو معدل اسمي وليس المعدل الحقيقي ، ويظهر الفرق بين المعدلين من خلال الفائدة السنوية المتحققة في كلا المعدلين وكما يأتي :

- باستخدام المعدل الاسمي :

ج = م (1 + ع*) ^{ن*} = (1 + 8%) دينار الجملة بعد سنة واحدة .

∴ ف* = ج* - م* = 1.08 – 1 = 0.08 دينار الفائدة السنوية للدينار الواحد

- باستخدام المعدل غير السنوي الحقيقي :

ع* = 2% ربع سنوي ، و = 12 \ 3 = 4 مرات

ن* = 1 × و = 1 × 4 = 4 ربع سنة

ج = م (1 + ع*) ^{ن*}

ج = (1 + 2%) ^{4} = 1.0824 – 1 = 0.0824 دينار الفائدة السنوية للدينار الواحد . حيث يتبين الفرق بين الفائدتين باعتماد المعدلين (الاسمي) و(الحقيقي) .

رابعا :استخراج الجملة لمدة تزيد على (50) سنة :

في اغلب الأحيان فان جداول الفائدة المركبة قد لا تتجاوز (50) سنة .ففي حالة الطلب لمدة تزيد على (50) سنة فان استخراج جملة الدينار الواحد يتم اعتماد قوانين الأسس التي تؤكد على (عند الضرب تجمع الأسس) ، فيمكن تجزئة الجملة المطلوبة الى الحد الأعلى المتوفر في الجداول وضربها ببعضها لكل نصل الى الجملة المطلوبة .

مثال : ما هي جملة الدينار الواحد بمعدل فائدة 8% ولمدة (70) سنة ؟

الحل : $ج_1^* = (1 + ع)^{ن} = (1 + 0.08)^{70}$

ولعدم وجود الزمن (70) سنة في الجداول يمكن تجزئتها الى جزئيين اين ما اتفق بحيث حاصل الجزئين =70 وان يكون مقابل للزمن لهما في الجداول ، ولنفرض (35.35) او (34.36) ... الخ .

.: $ج_1^* = (1+0.08)^{35}$ $(1+0.08)^{35}$

من الجداول وتحت فائدة 8% وزمن 35 سنة يكون الرقم المساوي لجملة الدينار هي(14.7853)

$ج_1^*$ لمدة (70) سنة = (14.7853) (14.7853) = 218.6051 دينار

خامسا:استخراج الجملة اذا تضمن الزمن كسرا :

في بعض الأحيان يتضمن الزمن كسرا (شهورا او أياما) وفي هذه الحالة لا يمكن الوصول الى الجملة باعتماد طريقة الضرب المتكرر . وعند استخدام جداول الفائدة المركبة فيمكن اعتماد واحدة من الطرق الاتية :

1. **اعتماد قانون الفائدة البسيطة** : بموجبها يتم استخراج جملة الدينار الواحد للعدد الصحيح من خلال الجدول الأول ، ام الكسر فيتم استخراج جملته باعتماد الفائدة البسيطة . ومن ضربهما ببعضهما نحصل على الجملة المطلوبة .

مثال : ما هي جملة دينار واحد بمعدل فائدة سنوية 3% ولمدة 20 سنة وثلاثة اشهر

الحل : $ج_1^* = (1 + ع)^{ن}$

$\frac{3}{12}$

$$(\frac{3}{12} \times \frac{3}{100} + 1)^{20} = ^{20}(0.03 + 1) = (0.03 + 1)$$

$$= (1 + 0.03)^{20} (1.0075)$$

ومن الجداول وتحت معدل فائدة 3% وبزمن 20 سنة فان جملة الدينار الواحد هي (1.806111)

$ج_1$* = (1.806111) (1.0075) = 1.8196568 دينار .

2. اعتماد جداول كسر الزمن : يوجد في الجداول ملحق خاص بكسر الزمن لجملة الدينار الواحد . ففي حالة توفره يمكن استخراج الجملة المطلوبة [بضرب جملة الدينار الواحد للعدد الصحيح من الزمن × الرقم المستخرج من الجداول والخاص بملحق جملة الدينار الواحد لكسر الزمن] . وعليه يمكن حل المثال السابق كالاتي :

$ج_1$* = (1+ع)^{ن} = $(0.03 + 1)^{20}$ = $(0.03 + 1)^{\frac{3}{12}}$ $(0.03 + 1)^{20}$

= (1.806111) (1.0174) = 1.819507 دينار

وهي قيمة مقاربة

للطريقة السابقة

3. **اعتماد النسبة والتناسب** : اذا كان في الزمن كسرا ولا يوجد الجدول الملحق الخاص بكسر الزمن لجملة الدينار ، فيمكن استخدام طريقة النسبة والتناسب ، (على ان تعتمد هذه الطريقة في اضيق حيز) وقد تعطي نتائج اقل دقة من الطرق السابقة .

من المثال السابق فان الزمن هو (20 سنة وثلاثة اشهر) أي ان الثلاثة اشهر هي من السنة (21) فيتم استخراج الفائدة المضافة في السنة (21) من خلال طرح الجملة في نهاية السنة (20) من الجملة في نهاية السنة (21) ، والنتيجة يتم توزيعها على الأشهر فتستخرج حصة الكسر من السنة(21) .

فائدة السنة الأخيرة = جملة السنة الأخيرة – جملة السنة التي قبلها

فائدة السنة الأخيرة = $ج^*_{21}$ – $ج^*_{20}$ ومن الجدول نستخرج قيمتيهما :

= 1.86029 – 1.80611 = 0.05418 دينار عن سنة (21)

∴ فائدة ثلاثة شهور منها = $0.05418 \times \frac{3}{12}$ = 0.01355 دينار

∴ جملة $20\frac{3}{12}$ = 1.80611 + 0.01355 = 1.81966 ،جملة الدينار الواحد لمدة 20سنة وثلاثة شهور