Mathematics statistics (الأحصاء الرياضي) **[by Shaheed Jameel Kharbit]**
Quizzes : 5% Attendants : 15% Course testing : 250% Final :60%

Before we start I would like to give you a brief review and remember some basic concepts that relate to the coming up topics.

دعونا قبل أن نبدأ نود أن نقدم لكم مراجعة قصيرة ونتذكر بعض المفاهيم الأساسية التي تتعلق في المواضيع القادمة.

FundamentalConcepts for Probability Theorem[1.1]المفاهيم الأساسية لنظرية الأحتمالات

أ) التجربة العشوائية (Random Experiment)

هي كل تجربة أو أجراء نعلم مقدما بجميع نتائجه الممكنة ولكن لانعلم مسبقا ايا من هذه النتائج سوف نحصل عليها عند القيام بهذا العمل او الأجراء ،فمثلا عند لإلقاء قطعة نقود في الهواء وتركها حتى تستقر وأحد وجهيها الى الأعلى فنعلم مسبقا نتائج هذه العملية هي الحصول على الصورة او الكتابة ولكن لانعلم على وجه التحديد ايا من هذين الناتجيين سوف نحصل عليه عند القيام بهذا العمل ،لذلك فان هذه العملية تعرف بالتجربة العشوائية .

ب) فراغ العينة(Sample Space):

هو جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز له بالرمز (S) وقد يكون فراغ العينة محددا اذا كان عدد نتائج التجربة محددا . وقد يكون غير محددا اذا كان عدد النتائج غير محدود.فمثلا عند إلقاء زهرة النرد في الهواء وتركها حتى تستقر عاى الارض واح وجهيها الى أعلى فأن فراغ العينة اهذه التجربة هو $s=\{ 1,2,3,4,5,6\}$ وهوفراغ محدود .وعند اختيار طالب وقياس وزنه فيكون فراغ العينة غير محدود.

ج)-الحدث (Event)

هو فئة جزئية من فراغ العين (s) ويسمى حدثا بسيطا إذا كان يحتوي على نتيجة واحدة ويسمى حدثا مركبا إذا كان يحتوي على اكثر من نتيجة واحدة.

مثال (١): فمثلا عند إلقاء زهرة النرد فإن .

$$S= \{ 1,2,3,4,5,6 \}$$

فإذا كان A يمثل حدث الحصول على عدد أقل من 2 فإن $A=\{1\}$ وبالتالي فإن A هو حدث بسيط. أما إذا كان A يمثل حدث الحصول على عدد زوجي فإن $A=\{2,4,6\}$ وهو حدث مركب .

د)الحدث المؤكد (The Sure Event)

هو الحدث الذي يشمل جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية (فراغ العينة) . فمن المثال السابق إذا كان C يمثل حدث الحصول على عدد أكبر من أو يساوي الواحد الصحيح فإن $C=\{ 1,2,3,4,5,6\}$ وهو حدث مؤكد.

ه)الحدث المستحيل (Impossible Event)

هو الحدث الذي لايحتوي على أية ناتج من نتائج التجربة العشوائية ∅ . فمثل من المثال السابق إذا كان D يمثل حدث الحصول على عدد أكبر من 6 }∅{=D.

و) الحدث المكمل (Complementary Event)

هو الحدث الذي يحتوي جميع نتائج التجربة العشوائية ولكنه ليس من ضمن الحدث الاصلي ،فإذا كان Aحدث من فراغ عينة محدودة فإن الحدث المكمل له يرمز له بالرمز Aأو A^c

فإذا كان $s=\{1,2,3,4,5,6\}$ وكانت $A=\{2,4,6\}$ فإن $A^c=\{1,3,5\}$

ز)الأحداث المتنافية وأحداث غير المتنافية (Mutually Exclusive Events)

الأحداث المتنافية هي الأحداث التي لايمكن وقوعها معا ،في حين الأحداث غير المتنافية هي الأحداث التي يمكن وقوعها معا . فإذا كان B,Aحدثين متنافيين فإن $(A\cap B=\emptyset)$.أما إذا كان (A,B) حدثين غير متنافيين فإن $(A\cap B\neq\emptyset)$

فمثلا إذا كان $A=\{2,4,6\},B=\{1,3,5\}$ فإن A,Bحدثان متنافيان{2,3,4,5,6 =Aو $b=\{1,2,3\}$،حدثان غير متنافيان حيث$A\cap B=(2,3)$.

<u>القواعد الاساسية لتحديد عدد عناصر فراغ (s) أو أي حدث :</u>

.

حيث ان فراغ العينةوعدد الحالات التي تحقق حدثا معينا يستخدم في حساب الاحتمالات بهذا الحدث ،وفي بعض الأحيان يكون عدد عناصر فراغ العينة عددا كبيرا لذلك يمكن تحديد عناصره أو عدد الحالات التي تحقق حدثا معينا بإحدى الطرق التالية :

أ) – إذا أجرينا تجربة عشوائية على عدة مراحل وليكن K مرحلة وكان عدد نتائج المرحلة الأولى n_1 وعدد نتائج المرحلة الثانية n_2 وعدد نتائج المرحلة الثالثة n_3 وهكذا إلى عدد نتائج المرحلة الاخيرة n_k فإن فراغ العينة لهذه التجربة هو $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$.

<u>مثال (٢):</u>

إذا كانت اللوحة المعدنية لرقم السيارة تحتوي على ثلاثة ارقام بحيث رقم المئات لايكون صفرا فكم عدد اللوحات التي يمكن طبعها لأرقام السيارات (عدد عناصر التجربة)

نلاحظ هنا انه يمكن أن نختار رقم الأحاد (الرقم الاول) بعشرة طرق $(n_1=10)$.

وكذلك نستطيع أن نختار الرقم الثاني (العشرات) بعشرة طرق ايضا $(n_2=10)$.

اما الرقم الثالث (المئات) يمكننا اختياره بتسع طرق $(n_3=9)$.

<u>مثال (٣):</u>

بكم طريقة يمكن أختيار ثلاثة أحرف معاً من الأحرف التالية : m ,j ,k ,h

نستطيع أن نختار الحرف الأول بأربعة طرق ٤ = n_1.

كذلك نستطيع أختيار الحرف الثاني بثلاثة طرق $n_2 = 3$.
نستطيع اختيار الحرف الثالث بطريقتين ٢ $= n_3$.
اذا يكون عدد الطرق التي نختار بها ثلاثة اخرف سويتا هو 2x3x4=24 طريقة .

ب) قانون التباديل Permutation :
التباديل هي عدد طرق اختيار r عنصر من بين n عنصر مع أخذ الترتيب في حساباتنا (الترتيب مهم) ويرمز له بالرمز P_r^n حيث

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!)}$$

علما بأن (n!) يقرأ مضروب (n) وأن n!= n(n-1) (n-2)... 3x2x1
وأن 0!=1!=1 مثلا 6!= 6x5x4x3x2x1=720

مثال(٤):
كم عد مكون من أربعة ألرقام يمكن تركيبه من الأرقام التالية 9,8,6,4,3,2 حيث ان الترتيب هنا مهم لاحظ ان العدد 6432 مختلف عن العدد ٤٦٢٣ لذلك هنا نستخدم قانون التباديل

$$P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!)} = \frac{6.5.4.3.2.1}{2!}$$

ج) قانون التباديل مع الأخذ بعين الأعتبار التكرار لبعض العناصر :
يرغب البعض في معرفة عدد طرق تباديل (n) عنصرا والتي من بينها عناصر مكررة لعدة مرات او(أكثر من مرة) ،في هذه الحالة نستخدم قانون التباديل مع وجود تكرار وهو كالأتي :

$$S= \frac{n!}{n1\,!x\,n2!x\,n3!x\,...xnk}$$

حيث (n_1) عدد مرات التكرار للعنصر الأول و (n_2) عدد مرات تكرار العنصر الثاني وهكذا إلى n_k عدد مرات تكرار العنصر الأخير بحيث n1 ! x n2! x n3! x ... xnk = n

د)قانون التوافيق combinations
التوافيق هي عدد طرق أختيار r عنصر من بين n عنصر دون أخذ الترتيب بعين الأعتبار أو (في حساباتنا) يعني الترتيب غير مهم . ويرمز له بالرمز C_r^n حيث :

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!)}$$

مثال (٥)
جد عدد اللجان الثلاثية التي يمكن تكوينها من بين 8أشخاص ؟
لاحظ هنا الترتيب غير مهم او مطلوب لذلك نستخدم قانون التواقيق حيث n=8 و r=3 وبذلك يكون عدد اللجان التي يمك تتشكيلها

$$C_3^8 = \frac{8!}{3!(8-3)!)} \quad \frac{8!}{3!(5)!)} \quad \frac{8.7.6}{3.2.1} = 56$$

مثال (٦)

طلب من الطالب أن يجيب في الأمتحانات على أربعة أسئلة من بين ستة أسئلة ،فبكم طريقة يمكن للطالب أختيار الأسئلة ؟

بما أنه هنا الترتيب غير مطلوب لذلك سنستخدم قانون التوافيق حيث n=6 و r=4

$$C_4^6 = \frac{6!}{4!(6-4)!)} = \frac{6.5}{.2.1)} = 15$$

[2.1]مفكوك ذي الحدين Binomial Expansion

ليكن n عددا صحيحا موجبا. يعرف مضروب (factorial) العدد n بانه حاصل ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة من العدد ١ الى العدد nويرمز له بالرمز n! ،أي أن

n!=n.(n-1).(n-2).(n-1). . . 3.2.1 for example