الفصل الرابع
مقاييس التشتت

أولاً: تعريف التشتت:

يعرف التشتت بأنه انتشار او ابتعاد قيم او بيانات المشكلة المدروسة عن وسطها الحسابي .

ثانياً: مقاييس التشتت:

يقاس التشتت بثلاث مقاييس هي:

1. المدى.
2. الانحراف الربيعي.
3. الانحراف المعياري.

1. **المدى:** يعد من ابسط مقاييس التشتت حساباً ويعطي فكرة سريعة عن مدى تفرق البيانات ، وهو عبارة عن الفرق بين اعلى قيمة وادنى قيمة من قيم الظاهرة المدروسة ويرمز له بالرمز (R) ويحسب رياضياً حسب الصيغة الرياضية الاتية:

$$R = X_{Max} - X_{Min}$$

اذ ان:
X max: اعلى قيمة.
X min: ادنى قيمة.

مثال (1): البيانات الاتية تمثل درجات عينة من الطلبة :

(60 ,75 , 90 , 30 , 50)

المطلوب: احسب المدى لتلك الدرجات؟

$R = X_{Max} - X_{Min}$

$R = 90 - 30 = 60$

مثال(2): البيانات الاتية تمثل اوزان مجموعة مكونة من سبعة اشخاص :

(25 , 30 , 40 , 45 , 35 , 55 , 50)

المطلوب: احسب المدى لتلك البيانات؟

$R = X_{Max} - X_{Min}$

$R = 55 - 25 = 30kg$

2. الانحراف الربيعي

يعرف الانحراف الربيعي بأنه المدى الربيعي quartile Range مقسوماً على 2 أي ان :

$$QD = \frac{QR}{2}$$

حيث ان :
QD : الانحراف الربيعي.
QR: المدى الربيعي.
ويعرف **المدى الربيعي** بأنه الفرق بين قيمة الربيع الثالث والربيع الأول ، أي ان:

$$QR = Q3 - Q1 \quad \text{..... (2)}$$

وبتعويض معادلة (2) في معادلة (1) نحصل على الاتي:

$$QD = \frac{Q3 - Q1}{2} \quad \text{..... (3)}$$

خطوات الحل:

لإيجاد قيمة الانحراف الربيعي نعتمد الخطوات الاتية:

1. نرتب البيانات المعطاة في السؤال ترتيبا تصاعديا حصراً.
2. إيجاد ترتيب الربيع الأول طبقاً للصيغة الاتية:

$$\text{ترتيب } Q1 = \frac{n}{4} + \frac{1}{2}$$

3. إيجاد قيمة الربيع الأول وهي القيمة المناظرة لذلك الترتيب من البيانات المرتبة تصاعدياً.
4. إيجاد ترتيب الربيع الثالث طبقاً للصيغة الاتية:

$$\text{ترتيب } Q3 = \frac{3n}{4} + \frac{1}{2}$$

5. إيجاد قيمة الربيع الثالث وهي القيمة المناظرة لذلك الترتيب من البيانات المرتبة تصاعدياً.
6. نطبق الصيغة العامة الاتية:

$$QD = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

مثال (1) : سحبت عينة عشوائية من ثمان طلاب وكانت درجاتهم كالاتي:

(6 , 13 , 15 , 11 , 16 , 15 , 25 , 20)

المطلوب : احتساب قيمة الانحراف الربيعي؟

نرتب البيانات تصاعدياً (25 , 20 , 16 , 15 , 15 , 13 , 11 , 6)

ترتيب $Q1 = \frac{n}{4} + \frac{1}{2} = \frac{8}{4} + \frac{1}{2} = 2.5$

$\therefore Q1 = \frac{11+13}{2} = \frac{24}{2} = 12$

ترتيب $Q3 = \frac{3n}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3*8}{4} + \frac{1}{2} = \frac{24}{4} + \frac{1}{2} = 6.5$

$\therefore Q3 = \frac{16+20}{2} = \frac{36}{2} = 18$

$QD = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{18-12}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$\therefore QD = 3$

مثال (2) : البيانات الاتية تمثل كمية انتاج العراق من الرز بالطن لعينة من المزارعين :

(50 , 63 , 52 , 45 , 61 , 49 , 55 , 60 , 65 , 47 , 150 , 41)

المطلوب: احسب قيمة الانحراف الربيعي للأنتاج؟

نرتب البيانات تصاعدياً (150 , 65 , 63 , 61 , 60 , 55 , 52 , 50 , 49 , 47 , 45 , 41)

ترتيب $Q1 = \frac{n}{4} + \frac{1}{2} = \frac{12}{4} + \frac{1}{2} = 3.5$

$\therefore Q1 = \frac{47+49}{2} = \frac{96}{2} = 48$

ترتيب $Q3 = \frac{3n}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3*12}{4} + \frac{1}{2} = \frac{36}{4} + \frac{1}{2} = 9.5$

$\therefore Q3 = \frac{61+63}{2} = \frac{124}{2} = 62$

$QD = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{62-48}{2} = \frac{14}{2} = 7$

$\therefore QD = 7$

2. الانحراف المعياري:

يعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي للتباين أي ان :

معادلة رقم (1) $S = \sqrt{S^2}$

حيث ان S هو الانحراف المعياري. هنا نحتاج الى التباين الذي يعرف بانه حاصل قسمة مجموع مربعات انحراف القيم عن وسطها الحسابي مقسوماً على عدد تلك القيم.

أي ان:

معادلة رقم (2) $S^2 = \frac{\sum(Xi - \bar{X})^2}{n}$

مثال1: جد الانحراف المعياري للبيانات التالية(2,4,7,5,12)

$$S = \sqrt{\frac{\sum(xi - \bar{X})2}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{2+4+7+5+12}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

Xi	xi- $\bar{X}$	$(xi- \bar{X})^2$
2	-4	16
4	-2	4
7	1	1
5	-1	1
12	6	36
30		58

$$S = \sqrt{\frac{58}{5}} \qquad S = \sqrt{11.6} = 3.40$$

مثال 2: جد الانحراف المعياري للبيانات التالية(2,7,9,4,8,5,7,6,8,4)

$$S = \sqrt{\frac{\sum(xi - \overline{X})2}{n}}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{2+7+9+4+8+5+7+6+8+4}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

Xi	xi- $\overline{X}$	$(xi- \overline{X})^2$
2	-4	16
7	1	1
9	3	9
4	-2	4
8	2	4
5	-1	1
7	1	1
6	0	0
8	2	4
4	-2	4
60		44

$$S = \sqrt{\frac{44}{10}}$$

$$S = \sqrt{4.4} = 2.09$$

مثال3: البيانات الاتية تمثل الرواتب الشهرية لعدد من العمال في مصنع الزجاج :

14 ، 7 ، 15 ، 12 ، 8 ، 10 ، 17 ، 6 ، 9 ، 11 ، 12 ، 10 ، 9 ، 13 ، 14

المطلوب : جد قيمة الانحراف المعياري؟

الحل:

$$S = \sqrt{\frac{\sum(xi-\bar{X})2}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{14+13+9+10+12+11+9+6+17+10+8+12+15+7+14}{15} = \frac{167}{15} = 11.13$$

Xi	xi- $\bar{X}$	$(xi-\bar{X})^2$
14	2.87	8.23
13	1.87	3.49
9	-2.13	4.53
10	-1.13	1.27
12	0.87	0.75
11	-0.13	0.01
9	-2.13	4.53
6	-5.13	26.31
17	5.87	34.45
10	-1.13	1.27
8	-3.13	9.79
12	0.87	0.75
15	3.87	14.97
7	-4.13	17.05
14	2.87	8.23
167		135.63

$$S = \sqrt{\frac{135.63}{15}} \qquad S = \sqrt{9.042} = 3.006$$

مثال 4: البيانات الاتية تمثل درجات عينة من الطلبة في الامتحان النهائي لمادة مبادئ الإحصاء:

55 . 64 . 77 . 51 . 92 . 65 . 88 . 72 . 85 . 60

المطلوب حساب كل من:

1. المدى.
2. الانحراف الربيعي.
3. الانحراف المعياري.

الحل:

1. $R = X_{Max} - X_{Min}$

   $R = 92 - 51 = 41$

2. Q.D.

   نرتب تصاعديا: 51.55.60.64.65.72.77.85.88.92

   ترتيب $Q1 = \frac{n}{4} + \frac{1}{2} = \frac{10}{4} + \frac{1}{2} = 3$

   $\therefore Q1 = 60$

   ترتيب $Q3 = \frac{3n}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3*10}{4} + \frac{1}{2} = \frac{30}{4} + \frac{1}{2} = 8$

   $\therefore Q3 = 85$

   $QD = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{85-60}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

   $\therefore QD = 12.5$

3. S.D.

$$S = \sqrt{\frac{\sum(xi - \bar{X})2}{n}}$$

Xi	$xi - \bar{X}$	$(xi - \bar{X})^2$
55	-15.9	252.81
64	-6.9	47.61
77	6.1	37.21
51	-19.9	396.01
92	21.1	445.21
65	-5.9	34.81
88	17.1	292.41
72	1.1	1.21
85	14.1	198.1
60	-10.9	118.81
790		1824.19

$$S = \sqrt{\frac{1824.19}{10}} \qquad S = 13.50$$