اختبار الفرضيات Hypothesis Testing

بعد ان تناولنا سابقاً دراسة العلاقة بين متغيرين (الانحدار الخطي البسيط) وبينا صيغ اشتقاق معلمات النموذج بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وطرق تقدير هذه المعلمات.

ولكن المنطق يحتم علينا عدم قبول هذا النموذج الا بعد اجراء تقييم لهذه النتائج من الناحية الاقتصادية والاحصائية والقياسية والذي يتم باستخدام العديد من الاختبارات.

وتعرف الفرضية بانه ادعاء قابل لان يكون صحيحاً او غير صحيح و تثبت صحتها فقط من خلال الاختبار. وقبل البدء بدراسة الكيفية التي يتم على اساسها اختبار الفرضية لابد من دراسة العلاقة الاقتصادية التي تستند الى مجموعة من الفروض الخاصة بالنظرية الاقتصادية، كالعلاقة بين الكمية المطلوبة من سلعة ما وسعر تلك السلعة. وحسب منطق النظرية الاقتصادية تعكس دالة الطلب العلاقة العكسية بين المتغيرين المذكورين. ومثلاً العلاقة بين الانفاق الاستهلاكي والدخل فان منطق النظرية يشير الى ان الميل الحدي للاستهلاك يكون موجباً ولكنه اقل من الواحد الصحيح. ولكن لا يمكن الجزم في صحة او عدم صحة ذلك الا بعد اخذ البيانات وقياس العلاقة الاقتصادية واختبارها.

ويختبر نموذج الانحدار قبل كل شيء العلاقة بين المتغير المستقل X والتابع Y وذلك للتاكد من وجودها من خلال اختبار المعنوية الاحصائية للمعلمات المقدرة كلا على انفراد، وفي هذا المجال توجد فرضيتان:

اولاً: فرضية العدم: تنص على عدم وجود علاقة بين المتغيرين X و Y اي ان:

$H_0: \hat{B}_0 = 0$

$\hat{B}_1 = 0$

ثانياً: الفرضية البديلة: تنص على وجود علاقه بين المتغيرين X و Y اي ان: $H_1: \hat{B}_0 \neq 0$

$\hat{B}_1 \neq 0$

مستوى المعنوية:

هو درجة الاحتمال الذي ترفض به فرضية العدم عندما تكون هي الفرضية الصحيحة اي درجة الاحتمال للوقوع في الخطأ. مثلاً مستوى المعنوية 5% يعني اذا تكررت تجربة لعدد كبير من المرات 100 مثلاً فمن المحتمل ان نرفض فرضية العدم بالرغم من صحتها خمس مرات لكل 100 مرة. اي 5% خطأ 95% ثقة.

و يعتمد اتخاذ القرار في رفض وقبول الفرضية بالاعتماد على درجات الحرية ومستوى المعنوية.

مثلاً مستوى المعنوية قد يكون 5% او 1 % او 10% ، ودرجات الحرية n−k− 1

درجات الحرية = عدد المشاهدات− عدد المتغيرات المستقلة −1

اختبار الخطأ المعياري: هو ذلك المقياس الذي يستخدم لحساب انحرافات القيم المقدرة عن اوساطها الحسابية. ويهدف الى تدنية مجموع مربعات انحرافات القيم الحقيقية عن المقدرة. والانحراف المعياري يساوي جذر التباين للمعلمات $\hat{B}_0$ و $\hat{B}_1$.

$$Var\left(\hat{B}_1\right) = \frac{\sigma^2}{\sum xi^2}$$

$$\therefore \mathrm{SE}\left(\hat{B}_1\right) = \sqrt{Var\left(\hat{B}_1\right)} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum xi^2}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum (Xi - \overline{X})^2}}$$

$$Var\left(\hat{B}_0\right) = \sigma^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\overline{X}^2}{\sum xi^2}\right)$$

$$\therefore \mathrm{SE}\left(\hat{B}_0\right) = \sqrt{Var\left(\hat{B}_0\right)} = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\overline{X}^2}{\sum xi^2}\right)}$$

وبما ان تباين المقدرات يحتوي على معلمة مجهولة هي σ^2 تباين حد الخطأ العشوائي والذي يمكن حسابه من خلال الاتي:

$$\sigma^2 = \frac{\sum ei^2}{n-2}$$

وبعد حساب الانحراف المعياري للتقديرات يتم مقارنة قيمته مع القيم العددية للمعلمات $\hat{B}_0$ و $\hat{B}_1$ وفق الاتي:

اذا كان الانحراف المعياري اقل من نصف قيمة المعلمة المقدرة فان تقديراتنا صحيحة وذات معنوية احصائية مقبولة بدرجة ثقة عالية وبمستوى معنوية معين، اما اذا كان الانحراف المعياري اكبر من نصف قيمة المعلمة فان تقديراتنا غير معنوية احصائياً بنفس درجة المعنوية. وعلى اساسها يتم رفض او قبول الفرضيات(العدم والبديلة).

اختبار (t) : **(t) Test**

يستخدم اختبار **(t)** في اختبار معنوية المعلمات، حيث يتم بموجبها قبول فرضية العدم او رفضها وفي حالة رفضها تأخذ الفرضية البديلة التي تنص على وجود علاقة بين المتغيرين X و Y اي معنوية المعلمات $\hat{B}_0$ و $\hat{B}_1$. ويستخدم عندما يكون عدد المشاهدات المقدرة في العينة اقل من (30).

ويستخدم اختبار t عند مستوى معنوية معينة ودرجة حرية n–k والصيغة الرياضية لهذا الاختبار هي:

اولاً: بالنسبة لـ $\hat{B}_1$:

$$t_{\hat{B}_1} = \frac{\hat{B}_1}{\mathrm{SE}_{\hat{B}_1}}$$

$$\mathrm{SE}_{\hat{B}_1} = \sqrt{Var\left(\hat{B}_1\right)}$$

$$Var\left(\hat{B}_1\right) = \frac{\sigma^2}{\sum xi^2} \qquad or \qquad S_{\hat{B}_1} = \frac{S_{ei^2}}{\sum xi^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum ei^2}{n-2} \qquad or \qquad S_{ei^2} = \frac{\sum ei^2}{n-2}$$

$\mathrm{SE}_{\hat{B}_1}$: الانحراف المعياري للمعلمة المقدرة $\hat{B}_1$.

$Var\left(\hat{B}_1\right)$: تباين $\hat{B}_1$.

$\sigma^2 or\ S_{ei^2}$: تباين الخطأ.

n : تمثل عدد المشاهدات في العينة.

K : عدد المتغيرات المستقلة.

ثانياً: بالنسبة لـ $\widehat{B}_0$:

$$t_{\hat{B}_0} = \frac{\hat{B}_0}{\mathrm{SE}_{\hat{B}_0}}$$

$$\mathrm{SE}\left(\hat{B}_0\right) = \sqrt{Var\left(\hat{B}_0\right)} = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum xi^2}\right)}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum ei^2}{n-2}$$

وعند حساب قيمة **(t)** تقارن مع قيمتها الجدولية عند مستوى معنوية معين ودرجات حرية $n-2$ لتحديد قبول او رفض فرضية العدم.

فاذا كانت قيمة **(t)** المحسوبة اكبر من قيمة **(t)** الجدولية، ترفض فرضية العدم وتقبل الفرضية البديلة، بمعنى ان المعلمة ذات معنوية احصائية. وبالعكس في حالة كون **(t)** المحسوبة اقل من الجدولية تقبل فرضية العدم ونرفض الفرضية البديلة، اي عدم معنوية المعلمة المقدرة.