3- طريقة التقدير حول نقطة المتوسط (الانحرافات) :

The estimation round the mean point method(Deviations):

يمكن تقدير $\hat{B}_0$ و $\hat{B}_1$ بواسطة انحرافات المتغيرين Y_i, X_i عن وسطهما الحسابي باستخدام فكرة البواقي e_i من خلال الاتي:

بقسمة المعادلة الطبيعية(1) على n نحصل على :

$$\sum Yi = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum Xi \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\sum Yi}{n} = \frac{n\hat{B}_0}{n} + \frac{\hat{B}_1 \sum Xi}{n} \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 \bar{X} \dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore \hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 \bar{X} \dots\dots\dots (3)$$

لايجاد $\hat{B}_1$ نعود الى معادلة الخط المستقيم التقديرية:

$$\hat{Y}i = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 Xi \dots\dots\dots (4)$$

بطرح المعادلة (2) من (4) نحصل على:

$$\hat{Y}i - \bar{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 Xi - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 \bar{X} \dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

$$\hat{Y}i - \bar{Y} = \hat{B}_1 Xi - \hat{B}_1 \bar{X} \dots\dots\dots\dots (6)$$

$$\hat{Y}i - \bar{Y} = \hat{B}_1 (Xi - \bar{X}) \dots\dots\dots\dots\dots\dots (7)$$

$$\hat{y}i = \hat{B}_1 xi \dots\dots\dots\dots\dots (8)$$

$$ei = yi - \hat{y}i$$

$$\therefore ei = yi - \hat{B}_1 xi$$

بادخال $\sum$ وتربيع الطرفين نحصل على:

$$\sum ei^2 = \sum (yi - \hat{B}_1 xi)^2$$

باخذ المشتقة الاولى لـ $\hat{B}_1$ ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$\frac{\partial \sum ei^2}{\partial \hat{B}_1} = 2\sum(yi - \hat{B}_1 xi)(-xi) = 0$$

$$-2\sum xi(yi - \hat{B}_1 xi) = 0$$

بالقسمة على 2- نحصل على:

$$\sum xi(yi - \hat{B}_1 xi) = 0$$

بفك القوس نحصل على:

$$\sum xiyi - \hat{B}_1 \sum xi^2 = 0$$

$$\sum xiyi = \hat{B}_1 \sum xi^2$$

$$\therefore \hat{B}_1 = \frac{\sum xiyi}{\sum xi^2}$$

خصائص مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية OLS :

Properties of Estimates (OLS):

قبل التطرق الى خواص المقدرات $\widehat{B}_0$ و $\widehat{B}_1$ لابد من التعرف على خصائص الاوزان.

خصائص الاوزان : **Weighted properties**

بما ان الاوزان تعتمد على قيم X الثابتة فانها تعتبر ثابتة ايضاً وتخضع للشروط الاتية:

1- مجموع الاوزان يساوي صفر $\sum Ki =$ 0

2- مجموع حاصل ضرب الاوزان Ki في قيم المتغير المستقل Xi او في انحرافاتها عن متوسطها الحسابي xi يساوي الواحد الصحيح.

$$\sum KiXi = \sum Kixi = 1$$

3- مجموع مربعات الاوزان $\sum Ki^2$ يساوي معكوس مجموع مربعات انحرافات المتغير المستقل $\frac{1}{\sum xi^2}$.

$$\sum Ki^2 = \frac{1}{\sum xi^2} = \frac{1}{\sum (Xi - \bar{X})^2}$$

اولاً: الخاصية الخطية: **Linearity Property**

يقصد بخطية المقدرات $\widehat{B}_0$ و $\widehat{B}_1$ هو ان المقدرات دالة خطية للمتغير التابع Yi لانها ترتبط به خطياً بسبب ثبات قيم Xi للعينات المتكررة.

اثبات خطية المعلمة $\widehat{B}_1$:

بما اننا تعلمنا سابقاً ان $\hat{B}_1$ تساوي :

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum xiyi}{\sum xi^2}$$

وان :

$$yi = Yi - \bar{Y}$$

$$\therefore \hat{B}_1 = \frac{\sum xi(Yi - \bar{Y})}{\sum xi^2}$$

بفك القوس نحصل على:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum xiYi - \bar{Y}\sum xi}{\sum xi^2}$$

بتجزئة المعادلة نحصل على:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum xiYi}{\sum xi^2} - \frac{\bar{Y}\sum xi}{\sum xi^2}$$

بما ان $\sum xi = 0$ وان $\bar{Y}$ مقدار ثابت :

$$\therefore \hat{B}_1 = \frac{\sum xiYi}{\sum xi^2}$$

$$or\ \hat{B}_1 = \sum \left[\frac{xi}{\sum xi^2} * Yi\right]$$

وبما ان قيم Xi ثابتة فرضياً بهذا فان القيمة $\frac{xi}{\sum xi^2}$ هي مقادير ثابتة ويمكن ان نرمز لها برمز ثابت مثل Ki وكالاتي:

$$\frac{xi}{\sum xi^2} = Ki$$

$$\therefore \hat{B}_1 = \sum Ki * Yi$$

وعليه فان كل مشاهدة من $\frac{xi}{\sum xi^2}$ اوKi هي مرتبطة خطياً مع كل مشاهدة من (Yi) .

لذا فان $\hat{B}_1$ دالة خطية لقيم (Yi).